

Einführung in die Algebra

4. Übungsblatt

**Aufgabe 1:**

Sei  $p$  eine Primzahl. Sei  $G$  eine Gruppe mit  $|G| = p^2$ . Zeige mithilfe der Bahnengleichung, dass  $G$  abelsch ist.

**Aufgabe 2:**

Sei  $n \geq 2$ . Zeige, dass die symmetrische Gruppe  $S_n$  von den Zykeln  $(12)$  und  $(12 \dots n-1 n)$  erzeugt wird.

**Aufgabe 3:**

Sei  $SL_2(\mathbb{F}_2)$  die Gruppe der invertierbaren  $2 \times 2$ -Matrizen mit Einträgen aus dem Körper mit zwei Elementen  $\mathbb{F}_2$ .

- a) Zeige, dass  $SL_2(\mathbb{F}_2) \simeq S_3$ .
- b) Bestimme alle Transpositionen (d.h. alle Elemente der Ordnung 2) in  $SL_2(\mathbb{F}_2)$ .

**Aufgabe 4:**

Sei  $G$  eine abelsche Gruppe von endlicher Ordnung  $n$ . Sei  $p$  eine Primzahl mit  $p|n$ . Zeige, dass  $G$  ein Element der Ordnung  $p$  enthält.

Anmerkung: Später werden wir sehen, dass dies auch richtig ist, wenn  $G$  nicht abelsch ist.

Abgabe: Donnerstag, 8. November 2012.