

## Testatreihe 5C

**Testat 12(II).** Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = (-1, 0, 1 + y)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$P = (1, 0, 1)$$

$$Q = (0, 0, 1)$$

$$R = (0, 1, 1)$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich Q von R aus gesehen links von P befindet.

**Lösung:**  $-\frac{2}{3}$

**Testat 13(II).** Man berechne die Oberfläche der durch  $(t, f(t) \cos(\phi), f(t) \sin(\phi))$  mit  $0 \leq t \leq \infty$  und  $0 \leq \phi \leq g(t)$  parametrisierten Fläche im  $\mathbb{R}^3$ , wobei  $f$  und  $g$  durch

$$f(t) = 4 + 4 \cdot \cosh\left(\frac{t}{4}\right)$$

$$g(t) = t \cdot \exp(-t)$$

gegeben sind

**Lösung:**  $\frac{282}{25}$

**Testat 1(III).** Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen  $f$  zutrifft.

A  $f$  ist auf ganz  $\mathbb{C}$  holomorph.

B  $f$  ist auf  $\mathbb{C}$  bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

C  $f$  ist auf einer dichten Teilmenge von  $\mathbb{C}$  holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$\begin{aligned}f(z) &= \arctan(z)^2 + \sin(2z) \\f(z) &= \sin(z)^2(\Re(z)^2 + 2i\Re(z)\Im(z) - \Im(z)^2) \\f(z) &= \frac{\tan(z)^2 - 1}{\sin(z) + 19}\end{aligned}$$

**Lösung:** C, A, B

**Testat 2(III).** Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n^2} \cdot z^{n^3}}{n^{n^2} \cdot 4^n}$$

**Lösung:** 1

**Testat 3(III).** Man berechne das Kurvenintegral von

$$(-4 \cdot \Re(z) + (-8 - 2 \cdot i) \cdot \Im(z) + 5 - 3 \cdot i) dz$$

entlang folgender Kurve: Der Viertelkreis mit Mittelpunkt 0 von 2 nach  $2 \cdot i$ .

**Lösung:**  $8 + (8 - 2 \cdot i) \cdot \pi$ .

**Testat 4(III)** Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen an den angegebenen Stellen eine hebbare Singularität (H), eine nicht-isolierbare Singularität (N), eine wesentliche Singularität (W) oder eine Polstelle (P) haben.

$$\begin{aligned}\frac{e^{z^3} - 1}{1 - \cos(z)}, & \quad z = 0 \\ \cos(1 + \tan(1/z)), & \quad z = 0 \\ (1 - z)^5 \exp\left(\frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2}z)}\right), & \quad z = 1\end{aligned}$$

**Lösung:** H, N, W

**Testat 5(III).** Berechnen Sie das Residuum der Funktion

$$\frac{-4 \cdot \cos(z) - z^3 + 3 \cdot z^2 - 4 \cdot z - 5 + \tan(3z) + 5 \cdot \exp(-3z)}{5 \cdot \sin(2z)}$$

an der Stelle 0.

**Lösung:**  $-\frac{2}{5}$ .

**Testat 6(III).** Integrieren Sie

$$\frac{\exp(z^2)}{(z^4 + 4 \cdot z^3 + 12 \cdot z^2 + 36 \cdot z + 27)} dz$$

entlang der folgenden Kurve: Der Kreis mit Radius 2 und Mittelpunkt 0, mathematisch positiv durchlaufen.

**Lösung:**  $\frac{e \cdot \pi \cdot i}{10}$ .

**Testat 7(III).** Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(z^4 - 4 \cdot z^3 - z^2 + 16 \cdot z - 12) \cdot (\exp(4 \cdot z) - 1)}{(\exp(4 \cdot z) + 1)}$$

im Nullpunkt.

**Lösung:**  $\frac{\pi}{4}$ .

**Testat 8(III).** Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(3 \cdot t + 3) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 14 \cdot t^3 + 71 \cdot t^2 + 154 \cdot t + 120)} dt.$$

**Lösung:**  $-2 \cdot \sqrt{5}\pi - 3 \cdot \sqrt{3}\pi + 9 \cdot \pi + \frac{\sqrt{2}\pi}{2}$ .

**Testat 9(III).** Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(3 \cdot t - 4) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 9 \cdot t^3 + 29 \cdot t^2 + 39 \cdot t + 18)} dt.$$

**Lösung:**  $\frac{43 \cdot \sqrt{3}\pi}{6} + \frac{7 \cdot \pi}{4} - 10 \cdot \sqrt{2}\pi.$